УРОК 9

Тема уроку: Розв'язування задач

Підручник з математики для 11 класу §4 п.16

Сьогодні на уроці ви сформуєте вміння застосовувати раніше здобуті знання про многогранник та призму; їх елементи, види призм, площі бічної та повної поверхні призми до розв'язування задач. Аналізуйте умову задачі та використовуйте отриманні знання на практиці.

Перевірка домашнього завдання

№16.7 *Відповідь:* 12 см

№16.9 *Відповідь:* 6 см

№16.11 *Відповідь:* $S_б = \frac{a^2\sqrt{3}}{2} + 4aH$

№16.18 *Відповідь:* 9 см

Повтори теоретичний матеріал

Опорний конспект 1

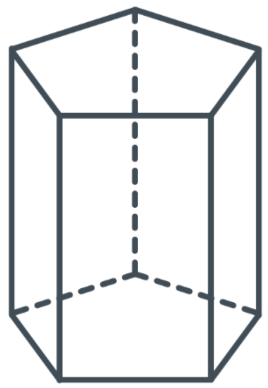
Опорний конспект 2

Розв'язування задач

№1

Призма має 7 граней. Який многокутник лежить у її основі?

Розв'язок:



Основою є п'ятикутниик

- Якщо призма має n-граней *(Основою буде* $(n-2)$ *– кутник)*

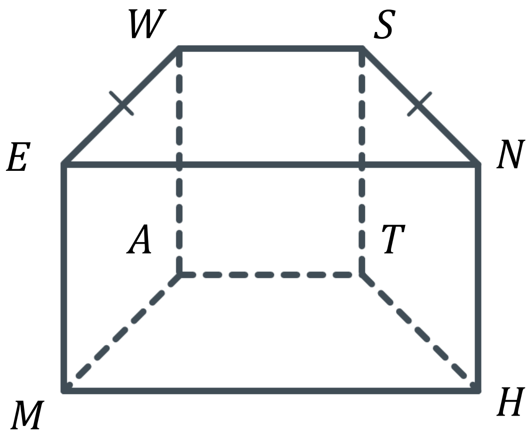
№2

У якій призмі бічні ребра паралельні її висоті?

Відповідь: у прямій

№3

Основою прямої призми є рівнобічна трапеція, один із кутів якої дорівнює 110°. Знайдіть двогранні кути призми при її бічних ребрах



Дано:

$MATHNEWS$ – пряма призма

$MATH$ – рівнобічна трапеція

$\angle MAT = 110°$

Знайти:

Двогранні кути при бічних ребрах

Розв'язок:

$$\left.\begin{matrix} MATH - \text{рівнобічна трапеція} \\ \angle MAT = 110° \end{matrix}\right| \Rightarrow \left|\begin{matrix} \angle MAT = \angle ATH = 110° \\ \angle AMH = \angle THM = 180° - 110° = 70° \end{matrix}\right.$$

Двогранний кут дорівнює відповідному йому лінійному куту, так за умовою маємо пряму призму, то:

Двогранні кути при ребрах AW і TS дорівнюють $\angle MAT = \angle ATH = 110°$

Двогранні кути при ребрах ME і NH дорівнють $\angle AMH$ і $\angle THM = 70°$

Відповідь: $110°$ і $70°$

№4

Знайдіть площу повної поверхні правильної чотирикутної призми, сторона основи якої дорівнює a, а висота дорівнює H

Дано:

Правильна чотирикутна призма

Основа призми – квадрат із стороною a

Висота призми – H

Знайти:

$S_{\text{п}}$–?

Розв'язок:

$S_{\text{п}} = S_{\text{б}} + 2S_{\text{осн}}$

$S_{\text{б}} = P_{\text{осн}} \cdot H$

$P_{\text{осн}} = 4a$

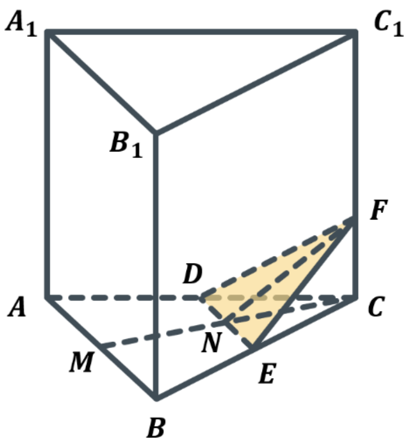
$S_{\text{осн}} = a^2$ (*основа- квадрат за умовою*)

$S_{\text{п}} = 4aH + 2a^2 = 2a(2H + a)$

Відповідь: $2a(2H + a)$

№5

Точки D і E – середини ребер AC і BC правильної призми $ABCA_1B_1C_1$. Площина, яка проходить через пряму DE та утворює з площиною ABC кут $30°$, перетинає ребро CC_1 у точці F. Знайдіть площу утвореного перерізу призми, якщо сторона її основи дорівнює 12 см



Дано:

$ABCA_1B_1C_1$ – правильна призма

$AD = DC$

$BE = EC$

Кут між площинами ΔDFE і ΔACB дорівнює $30°$

$AB = BC = AC = 12$ см

Знайти:

$S_{\Delta DFE}$–?

Розв'язок:

Середня лінія трикутника паралельна третій стороні і дорівнює її половині

Середня лінія трикутника ділить навпіл висоту, бісектрису, медіану трикутника, що проведені до паралельної їй сторони

$\Rightarrow$ $DE = \frac{1}{2}AB = 6$ см, $NC = \frac{1}{2}MC$

$ABCA_1B_1C_1$ – правильна призма $\Rightarrow$ ΔABC – рівносторонній

ΔABC – рівносторонній $\Rightarrow MC$ – медіана $\Rightarrow MB = \frac{12}{2} = 6$ см

$$MC = \frac{\sqrt{3}}{2}AB$$

Можна довести, що $MC = \frac{\sqrt{3}}{2}AB$:

$$MC = \sqrt{BC^2 - MB^2} = \sqrt{BC^2 - \left(\frac{AB}{2}\right)^2}$$

Так як $BC = AB$ (ΔABC – рівносторонній):

$$MC = \sqrt{AB^2 - \frac{AB^2}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}AB$$

$$NC = \frac{1}{2}MC = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}AB = \frac{AB\sqrt{3}}{4} = \frac{12\sqrt{3}}{4} = 3\sqrt{3} \text{ см}$$

Розглянемо ΔFCN:

$\angle N = 30°$

$\angle C = 90°$

$NC = 3\sqrt{3}$

$\cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$

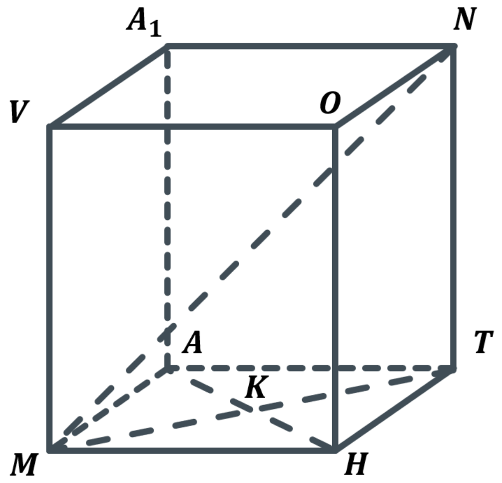
$$\Rightarrow NF = \frac{NC}{\cos 30°} = \frac{3\sqrt{3} \cdot 2}{\sqrt{3}} = 6 \text{ см}$$

$$S_{\Delta DFE} = \frac{1}{2}DE \cdot NF = \frac{6 \cdot 6}{2} = 18 \text{ см}^2$$

Відповідь: 18 см^2

№6

Основа прямої призми – ромб зі стороною a і гострим кутом α. Більша діагональ призми утворює з площиною основи кут β. Знайдіть висоту призми.



Дано:

$MATHNOVA_1$ − пряма призма

$MATH$ − ромб

$MA = AT = TH = MH = a$

$\angle M = \angle T = \alpha$ (*гострий кут*)

$\angle NMT = \beta$

Знайти:

NT−?

Розв'язок:

Так як проекцією більшої діагоналі на основу призми буде більша діагональ ромба ⇒ $\angle NMT = \beta$

В прямокутній призмі бічні ребра дорівнюють висоті.

Розглянемо ΔAKM:

$$\left.\begin{array}{r} \angle AKM = 90^\circ \\ \angle AMK = \dfrac{\alpha}{2} \\ MA = a \end{array}\right| \Rightarrow MK = MA \cdot \cos\frac{\alpha}{2} = a\cos\frac{\alpha}{2} \Rightarrow MT = 2a\cos\frac{\alpha}{2}$$

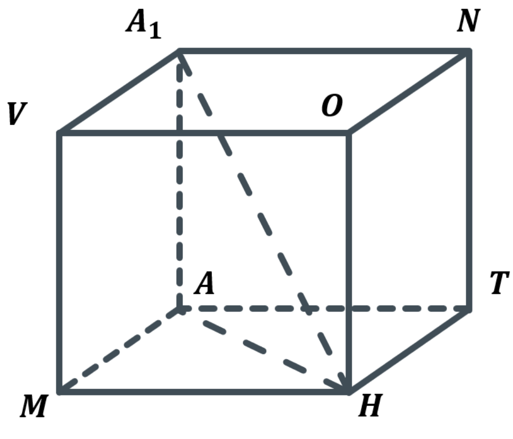
Розглянемо ΔMTN:

$$\left.\begin{array}{r} \angle MTN = 90^\circ \\ \angle NMT = \beta \\ MT = 2a\cos\dfrac{\alpha}{2} \end{array}\right| \Rightarrow NT = MT \cdot \operatorname{tg}\beta = 2a\cos\frac{\alpha}{2} \cdot \operatorname{tg}\beta$$

Відповідь: $2a\cos\frac{\alpha}{2} \cdot \operatorname{tg}\beta$

№7

Обчисліть площу бічної поверхні правильної чотирикутної призми, діагональ якої дорівнює 12 см і нахилена до площини основи під кутом 30°



Дано:

$MATHNOVA_1$ − правильна призма

$MATH$ − квадрат

$A_1H = 12$ см

$\angle A_1HA = 30^\circ$

Знайти:

$S_б$−?

Розв'язок:

$S_б = P_{осн} \cdot AA_1$

Розглянемо ΔHAA_1:

$$\left.\begin{aligned} \angle HAA_1 &= 90^\circ \\ \angle A_1HA &= 30^\circ \\ A_1H &= 12 \text{ см} \end{aligned}\right| \Rightarrow A_1A = 6 \text{ см} \left(\begin{matrix}\text{Проти кута } 30^\circ \text{ лежить катет} \\ \text{вдвічі менший за гіпотенузу}\end{matrix}\right)$$

$$AH = \sqrt{A_1H^2 - A_1A^2} = \sqrt{144 - 36} = \sqrt{108} = 6\sqrt{3} \text{ см}$$

Розглянемо квадрат $MATH$:

$$MA = \frac{AH}{\sqrt{2}} = \frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{6} \text{ см}$$

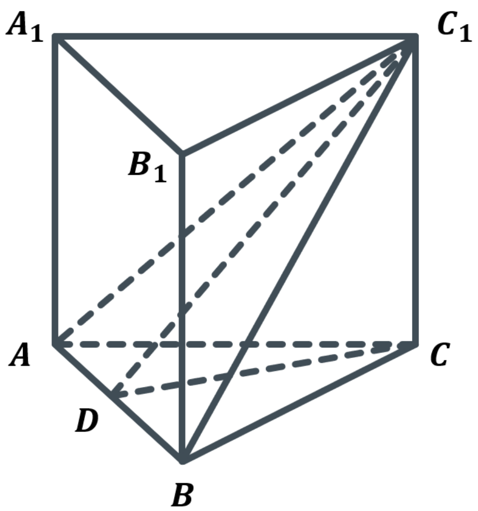
$$S_б = 4 \cdot 3\sqrt{6} \cdot 6 = 72\sqrt{6} \text{ см}^2$$

Відповідь: $72\sqrt{6}$ см^2

№8

Кожне ребро правильної призми $ABCA_1B_1C_1$ дорівнює a.
Знайдіть:

1) Площу перерізу призми, який проходить через точки $A,\ B$ і C_1
2) Кут між площиною даного перерізу та площиною основи призми



Дано:

$ABCA_1B_1C_1$ – правильна призма
Всі ребра дорівнюють a

Знайти:

$S_{\Delta AC_1B}$ –?
$\angle CDC_1$

Розв'язок:

Розглянемо ΔABC:

$$\left.\begin{aligned} DC &\perp AB \\ AB = AC &= BC = a \\ \angle A = \angle B &= \angle C = 60^\circ \end{aligned}\right| \Rightarrow DC = AC \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Розглянемо ΔC_1CD:

$$\left.\begin{array}{c}\angle C = 90^\circ \text{ (правильна призма)} \\ C_1C = a \\ DC = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}\end{array}\right| \Rightarrow DC_1 = \sqrt{DC^2 + C_1C^2}$$

$$DC_1 = \sqrt{DC^2 + C_1C^2} = \sqrt{\frac{3a^2}{4} + a^2} = a\sqrt{\frac{3}{4} + 1} = a\sqrt{\frac{3}{4} + \frac{4}{4}} = a\sqrt{\frac{7}{4}} = \frac{a}{2}\sqrt{7}$$

$$\sin \angle C_1DC = \frac{CC_1}{DC_1} = \frac{a \cdot 2}{a\sqrt{7}} = \frac{2\sqrt{7}}{7}$$

$$\angle C_1DC = \arcsin \frac{2\sqrt{7}}{7}$$

$$S_{\Delta AC_1B} = \frac{1}{2} AB \cdot C_1D = \frac{1}{2} \cdot a \cdot \frac{a\sqrt{7}}{2} = \frac{a^2\sqrt{7}}{4}$$

Відповідь: $\angle C_1DC = \arcsin \frac{2\sqrt{7}}{7}$; $S_{\Delta AC_1B} = \frac{a^2\sqrt{7}}{4}$

Тестування http://surl.li/crmsq

Домашнє завдання: Повторити §4 п.16

Виконати №16.14; 16.16; 16.20; 16.22